

PENERAPAN ALGORITMA BRANCH AND BOUND UNTUK JALUR TERPENDEK DAN MAKSIMALISASI KEUNTUNGAN

Audila Rosiyadi Putri¹, Maya Widyastiti^{2*}

^{1,2}Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Pakuan, Bogor, Indonesia

*e-mail: maya.widyastiti@unpak.ac.id

Diterima: 28 September 2024, disetujui: 28 September 2024, dipublikasi: 30 September 2024

Abstract: *Optimizing distribution costs is the main key for companies to achieve maximum profits. One method that can be used to solve problems related to distribution is the Traveling Salesman Problem (TSP). Traveling Salesman Problem (TSP) is a problem in finding the shortest route for a salesman by visiting all places in an area exactly once in each city and returning to the starting city. The branch and bound method is an algorithm method that is commonly used to determine the optimal solution to optimization problems, especially in discrete and combinatorial optimization. As the name suggests, this method consists of 2 steps, namely Branch, which means building all possible tree branches leading to the solution, and Bound, which means calculating which nodes are active nodes (E-nodes) and which nodes are dead nodes (D-nodes) using constraint boundary conditions. The results of calculations and processing carried out on distances between locations using the method used by the Traveling Salesman Problem with the Branch and Bound algorithm produce the best and optimal route, namely the 1-4-3-5-2-1 route with a Z or optimum value of 231.*

Keywords: *Branch and Bound, Optimization, Traveling Salesman Problem*

Abstrak: *Optimalisasi biaya distribusi menjadi kunci utama bagi perusahaan dalam meraih keuntungan maksimal. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah yang berkaitan dengan pendistribusian adalah Traveling Salesman Problem (TSP). Traveling Salesman Problem (TSP) adalah permasalahan dalam mencari rute terpendek yang dilalui seorang salesman dengan mengunjungi seluruh tempat di suatu daerah harus tepat satu kali di tiap kota dan kembali ke kota awal. Metode Branch and bound merupakan metode algoritma yang umum digunakan untuk menentukan penyelesaian optimal dari masalah optimisasi, khususnya pada diskrit dan optimisasi kombinatorial. Sesuai dengan namanya, metode ini terdiri dari 2 langkah yaitu Branch yang artinya membangun semua cabang tree yang mungkin menuju solusi, dan Bound yang artinya menghitung node mana yang merupakan active node (E-node) dan node mana yang merupakan dead node (D-node) dengan menggunakan syarat batas constraint (kendala). Hasil perhitungan dan pengolahan yang dilakukan pada jarak antarlokasi menggunakan metode yang digunakan Traveling Salesman Problem dengan algoritma Branch and Bound menghasilkan rute yang terbaik dan optimal adalah rute 1-4-3-5-2-1 dengan Z atau nilai optimumnya sebesar 231.*

Kata Kunci: *Branch and Bound, Optimasi, Traveling Salesman Problem*

PENDAHULUAN

Optimalisasi biaya distribusi menjadi kunci utama bagi perusahaan dalam meraih keuntungan maksimal. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah yang berkaitan dengan pendistribusian adalah Traveling Salesman Problem (TSP). Traveling Salesman Problem (TSP) adalah permasalahan dalam mencari rute terpendek yang dilalui seorang salesman dengan mengunjungi seluruh tempat di suatu daerah harus tepat satu kali di tiap kota dan kembali ke kota awal. Travelling Salesman Problem (TSP) termasuk ke dalam persoalan yang sangat terkenal dalam teori graf.

Pada penelitian sebelumnya yang telah dilakukan terkait dengan masalah optimasi diantaranya yaitu Pranata. A [1] “Rekayasa Perangkat Lunak Penentuan Jarak Terdekat Dalam Pengiriman Darah di PMI Kota Palembang Dengan Algoritma Branch dan Bound” menjelaskan bahwa penambahan penduduk menyebabkan meningkatnya kemacetan yang terjadi di Kota Palembang. Hal tersebut terjadi yang dihadapi oleh PMI kota Palembang dalam melakukan pengiriman dan kebutuhan darah di Kota Palembang. Kemacetan pada jalur-jalur tertentu dapat menyebabkan keterlambatan pengiriman darah yang dibutuhkan oleh rumah sakit tertentu. Sepriyadi. A [2] “Implementasi Algoritma Branch and Bound Pada Aplikasi Mobile Pemandu Wisata Untuk Pengembangan UMKM Jawa Barat” Penelitian ini berhasil mengembangkan aplikasi pemandu wisata berbasis Android yang memanfaatkan Algoritma Branch and Bound untuk mengoptimalkan rute terdekat. Implementasi algoritma ini efektif dalam menentukan rute kunjungan dari destinasi wisata ke berbagai UMKM di Jawa Barat.

Maka dari itu untuk mengatasi masalah dalam penelitian ini akan dikaji menerapkan penyelesaian Traveling Salesman Problem dengan menggunakan metode Branch and Bound. Metode Branch and Bound sering digunakan untuk menyelesaikan suatu permasalahan program linear karena hasil yang di peroleh dalam penyelesaian optimal lebih teliti dan lebih baik dari metode yang lain. Penyelesaian dari metode Branch and Bound ialah untuk mencari solusi optimal yang dilakukan secara berulang hingga membentuk pohon pencarian (search tree) dan dilakukan pembatasan (bounding) dengan menentukan batas atas (upper bound) dan batas bawah (lower bound). Berdasarkan uraian diatas, maka tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk mengetahui keuntungan maksimal yang diperoleh dalam jarak antar lokasi menggunakan metode Branch and Bound.

METODOLOGI PENELITIAN

Metode Branch and Bound

Metode Branch and bound merupakan merupakan metode algoritma yang umum digunakan untuk menentukan penyelesaian optimal dari masalah optimisasi, khususnya pada diskrit dan optimisasi kombinatorial. Sesuai dengan namanya, metode ini terdiri dari 2 langkah yaitu :

- a. Branch yang artinya membangun semua cabang tree yang mungkin menuju solusi.
- b. Bound yang artinya menghitung node mana yang merupakan active node (E-node) dan node mana yang merupakan *dead node* (D-node) dengan menggunakan syarat batas constraint (kendala).

Langkah-langkah metode Branch dan Bound dapat dilakukan seperti berikut :

1. Tetapkan penyelesaian awal masalah. Penyelesaian yang ditetapkan merupakan rute perjalanan lengkap. Menghitung minimum dari setiap baris. Jarak dari I11 adalah 0 yang dibuat menjadi M. M adalah bilangan atau konstanta positif yang nilainya relatif besar. Jika ada minimum kolom yang sama maka gunakan M atau

- ubah ke M.
2. Setelah menemukan solusi maka akan mendapatkan solusi awal untuk masalah linear programming. Untuk mendapatkan Z totalkan semua minimum baris.
 3. Menghilangkan rute akan menghasilkan subproblek 2 dan subproblem 3 dengan melakukan branch. untuk masing-masing kota $j = 2, 3, \dots, n$. Untuk $i = j$, nilai $C_{ij} = M$ untuk menyatakan rute yang tidak mungkin.
 4. Selesaikan subproblem 2 menggunakan rute atau X_{ij} diubah ke M agar tidak dipilih.
 5. Hitung minimum baris, lalu kurangi setiap baris dengan minimum barisnya.
 6. Setelah mengurangi, cari minimum kolom. Jika nilai minimum kolom belum 0 kurangi lagi dengan matriks minimum kolom.
 7. Menentukan rute untuk menghitung Z baru. Untuk mencari Z tambahkan nilai pada tabel awal pada subproblem 2. Jika masih ada struktur tidak fathomed maka cari lagi. Lakukan subproblem selanjutnya dan lakukan langkah 5 hingga mendapatkan kandidat solusi yang optimal.

Penghentian Pencabangan (*Fathoming*)

Pencabangan atau pencarian solusi pada suatu sub masalah dihentikan jika:

- a. *Infeasible* atau tidak mempunyai daerah layak.
- b. Semua variabel keputusan yang harus bernilai integer sudah bernilai integer
- c. Pada masalah maksimisasi, penghentian pencabangan pada suatu sub masalah dilakukan jika batas atas dari sub masalah tersebut tidak lebih besar atau sama dengan batas bawah.
- d. Sedangkan pada masalah minimisasi penghentian pencabangan pada suatu sub masalah dilakukan jika batas bawah tidak lebih kecil atau sama dengan batas atas.

Kondisi Optimal

Kondisi optimal pada Branch and bound antara lain :

- a. Jika tidak ada lagi sub masalah yang perlu dicabangkan lagi maka solusi optimal sudah diperoleh.
- b. Pada masalah maksimisasi solusi optimal merupakan solusi submasalah yang saat ini menjadi batas bawah (*lower bound*)
- c. Pada masalah minimisasi solusi optimal merupakan solusi submasalah yang saat ini menjadi batas atas (*upper bound*).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Apabila telah didefinisikan suatu masalah ada 5 penentuan jarak antarlokasi, yaitu 1, 2, 3, 4 dan 5. Jarak antarlokasi tersebut berbeda-beda. Berikut tabel jarak antarlokasi (dalam satuan km):

Tabel.1 Jarak antarlokasi

Simpul		J				
		1	2	3	4	5
I	1	0	29	82	46	68
	2	29	0	55	46	42
	3	82	55	0	68	46
	4	46	46	68	0	82
	5	68	42	46	82	0

Setelah data sudah tersedia, selanjutnya menghitung minimum barisnya. Sebelum menghitung ubah terlebih dahulu 0 pada tabel dengan simbol M.

Tabel 2. Tahap Mengubah Jarak

Simpul	1	2	3	4	5
1	M	29	82	46	68
2	29	M	55	46	42
3	82	55	M	68	46
4	46	46	68	M	82
5	68	42	46	82	M

Tabel diatas menunjukkan sudah diubahnya 0 menjadi M, jika ada minimum baris yang sama maka gunakan M atau ubah ke M. Selanjutnya bisa hitung minimum setiap barisnya.

Tabel 3. Subproblem 1 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	min baris
1	M	29	82	46	68	29
2	29	M	55	46	42	29
3	82	55	M	68	46	46
4	M	M	68	M	82	68
5	M	M	M	82	M	82
						254

Dihat pada baris ke X41, X42, X51, X52, X53 terdapat nilai minimum yang sama maka diubah menjadi M. Lalu hitung minimum baris dan jumlahkan minimum baris tersebut maka nanti hasil dari jumlah keseluruhan minimum akan menjadi Z. Sebelum melakukan branch and bound lihat pada tabel diatas untuk baris X11 maka rute yang dipakai adalah X12 karena nilai minimumnya terdapat di baris 1 kolom 2 dan selanjutnya sampai baris 5. Maka nanti hasilnya akan sebagai berikut :

Tabel 4. Hasil Subproblem 1 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	min baris	Rute
1	M	29	82	46	68	29	12
2	29	M	55	46	42	29	21
3	82	55	M	68	46	46	35
4	M	M	68	M	82	68	43
5	M	M	M	82	M	82	54
						254	

Maka hasil dari atas akan mendapatkan subproblem 1 dengan $X_{12}=X_{21}=X_{35}=X_{43}=54=1$ dengan Z sebesar 254. Maka Branch and bound untuk subproblem 2 dan subproblem 3 dengan satu-satu. Untuk perhitungan pertama pada subproblem 2 dengan rute 1-2-1 maka $X_{12} = 0$ (ubah X_{12} menjadi M).

Tabel 5. Subproblem 2 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	min baris
1	M	M	82	46	68	46
2	29	M	55	46	42	29
3	82	55	M	68	46	46
4	46	46	68	M	82	46
5	68	42	46	82	M	42

Setelah diubah, kurangkan setiap baris dengan minimum baris seperti pada X_{13} yaitu $82-46 = 36$ sampai yang ada di tabel sudah dikurangkan semua. Setelah dikurangkan tambahkan tabel minimum kolom dan cari minimum kolomnya yang akan menjadi seperti berikut :

Tabel 6. Tahap 2 Subproblem 2 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	Min baris
1	M	M	36	0	22	0
2	0	M	26	17	13	0
3	36	9	M	22	0	0
4	0	0	22	M	36	0
5	26	0	4	40	M	0
min kolom	0	0	4	0	0	

Pada minimum kolom harus bernilai 0 semua jika tidak maka kurangkan dengan minimum kolom yang belum bernilai 0, dilihat pada tabel diatas pada kolom 3 belum bernilai 0. Lakukan pengurangan seperti X_{13} yaitu $36-4 = 32$ dan seterusnya. Sisa yang sudah bernilai 0 maka tuliskan ulang ke tabel baru. Maka hasilnya sebagai berikut :

Tabel 7. Hasil Subproblem 2 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	rute
1	M	M	32	0	22	1-4
2	0	M	22	17	13	2-1
3	36	9	M	22	0	3-5
4	0	0	18	M	36	4-2
5	26	0	0	40	M	5-3
Min kolom	0	0	0	0	0	

Maka bisa dilihat hasil rutenya adalah $X_{14}=X_{21}=X_{35}=X_{42}=X_{53}=1$ dan Z nya adalah 213. Tetapi rute tersebut terdapat 2 hasil rute yaitu 1-2-2-1 dan 3-5-3. Karena

rute tersebut belum balik ke rute awal maka harus lakukan branch and bound lagi hingga rute tersebut bisa kembali ke rute awal dan bisa berhenti perhitungan percabangan atau branch and bound jika *Infeasible* atau tidak mempunyai daerah layak. Selanjutnya,, lakukan Branch and bound lagi maka percabangan selanjutnya terdapat subproblem 4 dan subproblem 5 pada rute 3-5-3. Melakukan perhitungan terlebih dahulu pada subproblem 4 dengan $X_{35} = 0$ (ubah X_{35} menjadi M) dan mencari minimum setiap baris.

Tabel 8. Subproblem 4 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	min baris
1	M	M	82	46	68	46
2	29	M	55	46	42	29
3	82	55	M	68	M	55
4	46	46	68	M	82	46
5	68	42	46	82	M	42

Setelah diubah, kurangkan setiap baris dengan minimum baris seperti pada X13 yaitu $82-46 = 36$ sampai yang ada di tabel sudah dikurangkan. Setelah dikurangkan tambahkan tabel minimum kolom yang akan menjadi seperti berikut :

Tabel 9. Tahap 2 Subproblem 4 Branch and Bound

	1	2	3	4	5
1	M	M	36	0	22
2	0	M	26	17	13
3	27	0	M	13	M
4	0	0	22	M	36
5	26	0	4	40	M
min kolom	0	0	4	0	13

Pada minimum kolom harus bernilai 0 semua jika tidak maka kurangkan dengan minimum kolom yang belum bernilai 0, dilihat pada tabel diatas pada kolom 3 dan 5 belum bernilai 0. Lakukan pengurangan seperti X13 yaitu $36-4 = 32$ dan seterusnya pada kolom 4 yaitu $22-13 = 9$. Maka hasilnya sebagai berikut :

Tabel 10. Hasil Subproblem 4 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	rute
1	M	M	32	0	9	1-4
2	0	M	22	17	0	2-5
3	27	0	M	13	M	3-2
4	0	0	18	M	23	4-1
5	26	0	0	40	M	5-3
Min kolom	0	0	0	0	0	

Maka bisa dilihat hasil rutenya adalah $X_{14}=X_{25}=X_{32}=X_{41}=X_{53}=1$ dan Z nya adalah 235. Tetapi rute tersebut menghasilkan 2 hasil rute yaitu 2-5-3-2 dan 1-4-1. Karena rute tersebut belum balik ke rute awal maka harus lakukan branch and bound lagi hingga rute tersebut bisa kembali ke rute awal dan bisa berhenti perhitungan percabangan atau branch and bound jika *infeasible* atau tidak mempunyai daerah layak. Tetapi sebelum memulai percabangan lagi pada subproblem 6 dan subproblem 7. Hitung subproblem 5 pada rute 3-5-3 dengan $X_{53} = 0$ (ubah X_{53} menjadi M) dan mencari minimum setiap baris.

Tabel 11. Subproblem 5 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	min baris
1	M	M	82	46	68	46
2	29	M	55	46	42	29
3	82	55	M	68	46	46
4	46	46	68	M	82	46
5	68	42	M	82	M	42

Setelah diubah, kurangkan setiap baris dengan minimum baris seperti pada X13 yaitu $82-46 = 36$ sampai yang ada di tabel sudah dikurangkan. Setelah dikurangkan tambahkan tabel minimum kolom yang akan menjadi seperti berikut :

Tabel 12. Tahap 2 Subproblem 5 Branch and Bound

	1	2	3	4	5
1	M	M	36	0	22
2	0	M	26	17	13
3	36	9	M	22	0
4	0	0	22	M	36
5	26	0	M	40	M
min kolom	0	0	22	0	0

Pada minimum kolom harus bernilai 0 semua jika tidak maka kurangkan dengan minimum kolom yang belum bernilai 0, dilihat pada tabel diatas pada kolom 3 dan 5 belum bernilai 0. Lakukan pengurangan seperti X13 yaitu $36-4 = 32$ dan seterusnya pada kolom 4 yaitu $X_{51} 22-13 = 9$. Maka hasilnya sebagai berikut :

Tabel 13. Hasil Subproblem 5 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	rute
1	M	M	14	0	22	1-4
2	0	M	4	17	13	2-1
3	36	9	M	22	0	3-5
4	0	0	0	M	36	4-3
5	26	0	M	40	M	5-2
min kolom	0	0	0	0	0	

Maka bisa dilihat hasil rutenya adalah $X_{14}=X_{21}=X_{35}=X_{43}=X_{52}=1$ bisa ditulis dengan 1-4-3-5-2-1 dan Z nya atau nilai optimumnya adalah 231 karena rute tersebut balik ke nilai awal maka tidak perlu Branch and Bound. Maka pada subproblem 5 Fathomed. Melanjutkan perhitungan subproblem 6 dengan $X_{14} = 0$ (ubah X_{14} menjadi M) dan mencari minimum setiap baris.

Tabel 14. Subproblem 6 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	min baris
1	M	M	82	M	68	68
2	29	M	55	46	42	29
3	82	55	M	68	M	55
4	46	46	68	M	82	46
5	68	42	46	82	M	42

Setelah diubah, kurangkan setiap baris dengan minimum baris seperti pada X_{13} yaitu $82-68 = 14$ sampai yang ada di tabel sudah dikurangkan. Setelah dikurangkan tambahkan tabel minimum kolom yang akan menjadi seperti berikut :

Tabel 15. Tahap 2 Subproblem 6 Branch and Bound

	1	2	3	4	5
1	M	M	14	M	0
2	0	M	26	17	13
3	27	0	M	13	M
4	0	0	22	M	36
5	26	0	4	40	M
min kolom	0	0	4	13	0

Pada minimum kolom harus bernilai 0 semua jika tidak maka kurangkan dengan minimum kolom yang belum bernilai 0, dilihat pada tabel diatas pada kolom 3 dan 4 belum bernilai 0. Lakukan pengurangan seperti X_{13} yaitu $14-4 = 4$ dan seterusnya pada kolom 4 yaitu X_{42} , $17-13 = 4$. Maka hasilnya sebagai berikut :

Tabel 16. Hasil Subproblem 6 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	rute
1	M	M	10	M	0	1-5
2	0	M	22	4	13	2-1
3	27	0	M	0	M	3-4
4	0	0	18	M	36	4-2
5	26	0	0	27	M	5-3
Min kolom	0	0	0	0	0	

Maka bisa dilihat hasil rutenya adalah $X_{15}=X_{21}=X_{34}=X_{42}=X_{53}=1$ bisa ditulis dengan 1-5-3-4-2-1 dan Z nya atau nilai optimumnya adalah 257 karena rute tersebut balik ke nilai awal maka tidak perlu Branch and Bound. Maka pada subproblem 6 Fathomed. Melanjutkan perhitungan cabang dari subproblem 6 yaitu subproblem 7 dengan $X_{41} = 0$ (ubah X_{41} menjadi M) dan mencari minimum setiap baris.

Tabel 17. Subproblem 7 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	min baris
1	M	M	82	46	68	46
2	29	M	55	46	42	29
3	82	55	M	68	M	55
4	M	46	68	M	82	46
5	68	42	46	82	M	42

Setelah diubah, kurangkan setiap baris dengan minimum baris seperti pada X13 yaitu $82-46 = 22$ sampai yang ada di tabel sudah dikurangkan. Setelah dikurangkan tambahkan tabel minimum kolom yang akan menjadi seperti berikut :

Tabel 18. Tahap 2 Subproblem 7 Branch and Bound

	1	2	3	4	5
1	M	M	36	0	22
2	0	M	26	17	13
3	27	0	M	13	M
4	M	0	22	M	36
5	26	0	4	40	M
min kolom	0	0	4	0	13

Pada minimum kolom harus bernilai 0 semua jika tidak maka kurangkan dengan minimum kolom yang belum bernilai 0, dilihat pada tabel diatas pada kolom 3 dan 5 belum bernilai 0. Lakukan pengurangan seperti X13 yaitu $36-4 = 32$ dan seterusnya pada kolom 5 yaitu $22-13 = 9$. Maka hasilnya sebagai berikut :

Tabel 19. Hasil Subproblem 7 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	rute
1	M	M	32	0	9	1-4
2	0	M	22	17	0	2-1
3	27	0	M	13	M	3-2
4	M	0	18	M	23	4-2
5	26	0	0	40	M	5-3
Min kolom	0	0	0	0	0	

Maka bisa dilihat hasil rutenya adalah $X_{14}=X_{21}=X_{32}=X_{42}=X_{53}=1$ dan Z nya adalah 222. Tetapi rute tersebut menghasilkan 2 hasil rute yaitu 3-2-1-4-2 dan 1-4-2-1. Karena rute tersebut belum balik ke rute awal tetapi bisa berhenti perhitungan percabangan atau branch and bound jika *Infeasible* atau tidak mempunyai daerah layak. Telihat pada subproblem 7 tidak mempunyai daerah yang layak karena pada rute 3-2 dan 4-2 memiliki rute yang sama. Setelah perhitungan pada subproblem 2 sudah dilakukan semua maka lanjut ke perhitungan subproblem 3 rute 1-2-1 dengan $X_{21} = 0$ (ubah X_{21} menjadi M) dan mencari minimum setiap baris.

Tabel 20. Subproblem 3 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	min baris
1	M	29	82	46	68	29
2	M	M	55	46	42	42
3	82	55	M	68	46	46
4	46	46	68	M	82	46
5	68	42	46	82	M	42

Setelah diubah, kurangkan setiap baris dengan minimum baris seperti pada X_{12} yaitu $29-29 = 0$ sampai yang ada di tabel sudah dikurangkan semua. Setelah dikurangkan tambahkan tabel minimum kolom yang akan menjadi seperti berikut :

Tabel 21. Tahap 2 Subproblem 3 Branch and Bound

	1	2	3	4	5
1	M	0	53	17	39
2	M	M	13	4	0
3	36	9	M	22	0
4	0	0	22	M	36
5	26	0	4	40	M
min kolom	0	0	4	4	0

Pada minimum kolom harus bernilai 0 semua jika tidak maka kurangkan dengan minimum kolom yang belum bernilai 0, dilihat pada tabel diatas pada kolom 3 dan 5 belum bernilai 0. Lakukan pengurangan seperti X_{13} yaitu $36-4 = 32$ dan seterusnya pada kolom 5 yaitu X_{51} , $22-13 = 9$. Maka hasilnya sebagai berikut :

Tabel 22. Hasil Subproblem 3 Branch and Bound

	1	2	3	4	5	rute
1	M	0	49	13	39	1-2
2	M	M	9	0	0	2-4
3	36	9	M	18	0	3-5
4	0	0	18	M	36	4-2
5	26	0	0	36	M	5-3
Min kolom	0	0	0	0	0	

Maka bisa dilihat hasil rutenya adalah $X_{12}=X_{24}=X_{35}=X_{42}=X_{53}=1$ dan Z nya adalah 213. Tetapi rute tersebut menghasilkan 2 hasil rute yaitu 1-2-4-2 dan 3-5-5. Karena rute tersebut belum balik ke rute awal maka harus lakukan branch and bound lagi hingga rute tersebut bisa kembali ke rute awal. Lakukan perhitungan percabangan pada subproblem 8 dan subproblem 9. Hitung terlebih dahulu pada subproblem 8 dengan rute 3-5-3 maka $X_{35}=0$ (ubah X_{35} menjadi M) dan mencari minimum setiap baris.

Tabel 22. Perhitungan Keseluruhan Subproblem 8

	1	2	3	4	5	min baris
1	M	29	82	46	68	29
2	M	M	55	46	42	42
3	82	55	M	68	M	55
4	46	46	68	M	82	46
5	68	42	46	82	M	42

Setelah diubah, kurangkan setiap baris dengan minimum baris seperti pada X_{12} yaitu $29-29 = 0$ sampai yang ada di tabel sudah dikurangkan. Setelah dikurangkan tambahkan tabel minimum kolom yang akan menjadi seperti berikut :

Tabel 23. Tahap 2 Perhitungan Keseluruhan Subproblem 8

	1	2	3	4	5
1	M	0	53	17	39
2	M	M	13	4	0
3	27	0	M	13	M
4	0	0	22	M	36
5	26	0	4	40	M
min kolom	0	0	4	4	0

Pada minimum kolom harus bernilai 0 semua jika tidak maka kurangkan dengan minimum kolom yang belum bernilai 0, dilihat pada tabel diatas pada kolom 3 dan 4 belum bernilai 0. Lakukan pengurangan seperti X_{13} yaitu $53-4 = 49$ dan seterusnya pada kolom 4 yaitu X_{41} , $17-4 = 13$. Maka hasilnya sebagai berikut :

Tabel 24. Hasil Perhitungan Keseluruhan Subproblem 8

	1	2	3	4	5	rute
1	M	0	49	13	39	1-2
2	M	M	9	0	0	2-5
3	27	0	M	9	M	3-2
4	0	0	18	M	36	4-1
5	26	0	0	36	M	5-3
Min kolom	0	0	0	0	0	

Maka bisa dilihat hasil rutenya adalah $X_{12}=X_{25}=X_{32}=X_{41}=X_{53}=1$ dan Z nya adalah 218. Tetapi rute tersebut menghasilkan 2 hasil rute yaitu 1-2-5-3-2 dan 4-1-2-5-3 Karena rute tersebut belum balik ke rute awal tetapi bisa berhenti perhitungan percabangan atau branch and bound jika *Infeasible* atau tidak mempunyai daerah layak. Telihat pada subproblem 8 tidak mempunyai daerah yang layak karena pada rute 1-2 dan 3-2 memiliki rute yang sama. Setelah perhitungan pada subproblem 8 sudah dilakukan maka lanjut ke perhitungan subproblem 9 rute 3-5-3 dengan $X_{53} = 0$ (ubah X_{53} menjadi M) dan mencari minimum setiap baris.

Tabel 25. Perhitungan Keseluruhan Subproblem 9

	1	2	3	4	5	min baris
1	M	29	82	46	68	29
2	M	M	55	46	42	42
3	82	55	M	68	46	46
4	46	46	68	M	82	46
5	68	42	M	82	M	42

Setelah diubah, kurangkan setiap baris dengan minimum baris seperti pada X_{13} yaitu $82-46 = 22$ sampai yang ada di tabel sudah dikurangkan. Setelah dikurangkan tambahkan tabel minimum kolom yang akan menjadi seperti berikut :

Tabel 26. Tahap 2 Perhitungan Keseluruhan Subproblem 9

	1	2	3	4	5
1	M	0	53	17	39
2	M	M	13	4	0
3	36	9	M	22	0
4	0	0	22	M	36
5	26	0	M	40	M
min kolom	0	0	13	4	0

Pada minimum kolom harus bernilai 0 semua jika tidak maka kurangkan dengan minimum kolom yang belum bernilai 0, dilihat pada tabel diatas pada kolom 3 dan 4 belum bernilai 0. Lakukan pengurangan seperti X_{13} yaitu $53-4 = 49$ dan seterusnya pada kolom 4 yaitu X_{41} , $17-4 = 13$. Maka hasilnya sebagai berikut :

Tabel 27. Hasil Perhitungan Keseluruhan Subproblem 9

	1	2	3	4	5	rute
1	M	0	40	13	39	1-2
2	M	M	0	0	0	2-4
3	36	9	M	18	0	3-5
4	0	0	9	M	36	4-1
5	26	0	M	36	M	5-2
Min kolom	0	0	0	0	0	

Maka bisa dilihat hasil rutenya adalah $X_{12}=X_{24}=X_{35}=X_{41}=X_{52}=1$ dan Z nya adalah 209. Tetapi rute tersebut menghasilkan 2 hasil rute yaitu 1-2-4-1 dan 3-5-2-4-1-2 Karena rute tersebut belum balik ke rute awal tetapi bisa berhenti perhitungan percabangan atau branch and bound jika *Infeasible* atau tidak mempunyai daerah layak. Telihat pada subproblem 9 tidak mempunyai daerah yang layak karena pada rute 1-2 dan 5-2 memiliki rute yang sama.

Setelah melakukan perhitungan satu-satu sampai subproblem 9 maka terdapat kandidat solusi atau fathomed pada subproblem 5 dan subproblem 6 dan terdapat juga pada percabangan *infeasible* pada subproblem 7, 8 dan 9. Hasil pada subproblem 5 ($X_{53} = 0$) adalah rute terbaiknya 1-4-3-5-2-1 dengan hasil Z nya sebesar 231. Dan pada subproblem 6 ($X_{14} = 0$) adalah rute terbaiknya 1-5-3-4-2-1 dengan Z sebesar 257. Maka untuk memilih rute terpendek dan nilai optimum maka dipilihlah rute terbaiknya 1-4-3-5-2-1 dengan hasil Z nya sebesar 231.

KESIMPULAN

Hasil perhitungan dan pengolahan yang dilakukan pada jarak antarlokasi menggunakan metode yang digunakan Traveling Salesman Problem dengan algoritma Branch and Bound menghasilkan rute yang terbaik dan optimal adalah rute 1-4-3-5-2-1 dengan Z atau nilai optimumnya sebesar 231. Walaupun pada nilai z banyak yang dibawah dari 231 tetapi rute yang balik lagi ke rute awal hanya terdapat 2 rute yang dihasilkan maka 231 adalah nilai yang sudah optimum daripada yang lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Pranata, A., Hutrianto. 2022. Rekayasa Perangkat Lunak Penentuan Jarak Terdekat Dalam Pengiriman Darah di PMI Kota Palembang Dengan Algoritma Branch dan Bound. *Journal of Information Technology Ampera*. **3(2)**: 2772-212. Universitas Bina Darma. Palembang.
- [2] Sepriyadi, A., Sujjada, A., Somantri. 2024. Implementasi Algoritma Branch and Bound Pada Aplikasi Mobile Pemandu Wisata Untuk Pengembangan UMKM Jawa Barat. *Building of Informatics, Technology and Science (BITS)*. **6(1)**: 265-278. Universitas Nusa Putra. Sukabumi. <https://10.47065/bits.v6i1.5358>
- [3] Amanah, N. S., Noviani, E., Yudhi. 2022. ALGORITMA ARTIFICIAL BEE COLONY (ABC) DALAM MENYELESAIKAN TRAVELING SALESMAN PROBLEM (TSP) Studi Kasus : Data Pelanggan Agen Surat Kabar Di Kota Singkawang. *Buletin Ilmiah Math, Stat, dan Terapannya (Bimaster)*. **11(4)**: 611-620. Universitas Tanjungpura. Pontianak.
- [4] Pitaloka, D. K., Koesdijarto, R. 2022. Implementasi Travelling Salesman Problem (TSP) Dengan Algoritma Genetika Menggunakan Peta Leaflet (Studi Kasus PT. AMZ Geoinfo solution Surabaya). *Prosiding Senakama*. Vol.1. Surabaya.
- [5] Melladia. 2022. Algoritma Genetika Menentukan Jalur Jalan dengan Lintasan Terpendek (Shortest Path). *Prosiding Seminar Nasional Sistem Informasi dan Teknologi (SISFOTEK)*. Vol.4. Sumatera Barat.