E-ISSN :
P-ISSN:
INTERVAL: Jurnal Ilmiah Matematika
Volume 1, No. 1, Maret 2021, pp. 18-30

MODEL WAKTU TUNGGU KENDARAAN DI PERSIMPANGAN LALU LINTAS MENGGUNAKAN DISTRIUSI *COMPOUND POISSON ARRIVALS*

Nani*, Hagni Wijayanti, Fitria Virgantari
Program Studi Matematika, Universitas Pakuan
*email: nanisyaripudin@gmail.com

Diterima: 25 Januari 2021, disetujui: 2 Februari 2021, dipublikasi: 29 Maret 2021

***Abstract**: This study aims to apply mathematical models of traffic conditions at crossroads and determine the length of waiting times for vehicles with compound poissson distribution arrival patterns as well as determine the length of the green light phase and red light phase so that reduce traffic congestion at intersections. The data used is data from the Bogor Highway Transport Traffic Agency (DLLAJR) in 2017. The initial stage of analysis is to divide the waiting time of the vehicle into 2 phases, namely the red light phase and the green light phase. After that apply the Compound Poissson distribution model for the red light phase and the green light phase, then determine the vehicle's waiting time. The next step is the application and simulation of one-cycle vehicle waiting time on Simpang Yasmin road. Based on the results of the analysis, it can be concluded that the waiting time for vehicles in Simpang Yasmin is 80 seconds for each cycle. Simulation produced on the road section in Simpang Yasmin namely Jl. K. H. Sholeh Iskandar (west) for 28 seconds green light time, Jl. K. H Sholeh Iskandar (east) for 16 seconds green light time, and Jl. K. H. Abdullah bin Nuh for 27 seconds green light time.*
***Keywords**: green light time, one-cycle vehicle waiting time, Poisson compound distribution, yasmin intersection.*

Abstrak : Penelitian ini bertujuan untuk mengaplikasikan model matematika dari keadaan lalu lintas pada persimpangan jalan dan menentukan lama waktu tunggu kendaraan dengan pola kedatangan berdistribusi Compound Poissson serta menentukan lama fase lampu hijau dan fase lampu merah sehingga dapat mengurangi kemacetan lalu lintas di persimpangan. Data yang digunakan adalah data dari Dinas Lalu Lintas Angkutan Jalan Raya (DLLAJR) Kota Bogor pada tahun 2017. Tahap awal analisis adalah membagi waktu tunggu kendaraan menjadi 2 fase yaitu fase lampu merah dan fase lampu hijau. Setelah itu mengaplikasikan model distribusi Compound Poissson untuk fase lampu merah dan fase lampu hijau, kemudian menentukan waktu tunggu kendaraan. Langkah selanjutnya adalah aplikasi dan simulasi waktu tunggu kendaraan satu siklus pada ruas jalan Simpang Yasmin. Berdasarkan hasil analisis dapat disimpulkan bahwa waktu tunggu kendaraan di Simpang Yasmin adalah selama 80 detik untuk setiap satu siklus. Simulasi yang dihasilkan pada ruas jalan di Simpang Yasmin yaitu Jl. K. H. Sholeh Iskandar (barat) selama 28 detik waktu lampu hijau, Jl. K. H Sholeh Iskandar (timur) selama 16 detik waktu lampu hijau, dan Jl. K. H. Abdullah bin Nuh selama 27 detik waktu lampu hijau.
Kata Kunci: distribusi compound Poisson, simpang Yasmin, waktu lampu hijau, waktu tunggu kendaraan satu siklus,

PENDAHULUAN

Jumlah kendaraan di Kota Bogor hingga tahun 2015 mencapai 434.044 unit dan selama tahun 2015 kendaraan baru mencapai 40.478 unit (Febrianti, 2016). Jumlah kendaraan roda dua di Kota Bogor ada 373.501 kendaraan ,sementara jumlah kendaraan roda empat dan sejenisnya tercatat 100.086 kendaraan (Darenoh, 2017). Salah satu cara untuk menghindari kemacetan simpang lalu lintas, yaitu dengan mengatur lama waktu tunggu kendaraan pada saat lampu merah sehingga arus lalu lintas menjadi lebih lancar bahkan selama kondisi lalu lintas jam sibuk.

Beberapa penelitian mengenai model waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas pernah dibahas oleh Sutrisno (2011), Maysaroh (2012) dan Riana (2014). Dalam penelitian Sutrisno (2011) dibahas tentang model waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas dengan memperhatikan pola kedatangan kendaraan yang masuk ke dalam antrian pada lampu lalu lintas tersebut dan hasilnya berupa model waktu tunggu. Maysaroh (2012) membahas tentang model waktu tunggu kendaraan pada persimpangan lampu lalu lintas saat jam sibuk dengan menggunakan metode P.D.Whiting, hasilnya berupa model dengan rata-rata waktu tunggu kendaraan. Riana (2014) melakukan penelitian dengan menggunakan model waktu tunggu kendaraan di persimpangan lampu lalu lintas Condong Catur dengan pola kedatangan kendaraan yang berdistribusi *Compound Poisson* dan memperhatikan sisa antrian sebelumnya. *Compound Poisson* merupakan pola kedatangan kendaraan yang paling menggambarkan kondisi lalu lintas dalam kehidupan sehari hari (Rouphail, Tarko & Li, 2001).

Tujuan penelitian ini untuk mengaplikasikan model matematika dari keadaan lalu lintas pada persimpangan jalan, dan menentukan lama waktu tunggu kendaraan dengan pola kedatangan berdistribusi *Compound Poissson* sehingga dapat mengurangi kemacetan lalu lintas.

METODOLOGI PENELITIAN

Data

Data yang digunakan untuk penelitian model Distribusi *Compound Poisson Arrivals* adalah data dari DLLAJ Kota Bogor pada persimpangan Yasmin pada tahun 2017, meliputi data evaluasi kinerja jaringan dan simpang wilayah Bogor diantaranya data ruas jalan Simpang Yasmin, derajat kejenuhan, rata-rata kedatangan kendaraan, waktu siklus, kendaraan yang keluar, sisa kendaraan dan v/c ratio eksisting.

Tahapan Analisis

1. Pengumpulan data survei

   Tahap ke-1 merupakan tahap pengumpulan data survey lalu lintas. Data dalam penelitian ini diperoleh dari Dinas Lalu Lintas dan Angkutan Jalan (DLLAJ) Kota Bogor yang merupakan data survey lalu lintas di Simpang Yasmin, Kota Bogor pada tahun 2017.
2. Pembentukan waktu tunggu kendaraan menjadi 2 partisi

   Pembentukan waktu tunggu kendaraan menjadi 2 partisi pada interval $0 \leq t \leq T$ yaitu fase lampu merah dan fase lampu hijau.
3. Pengaplikasian model Distribusi *Compound Poisson*

Pengaplikasian model Distribusi *Compound Poisson*, yaitu membentuk waktu tunggu yang setiap waktu (t) banyaknya kendaraan yang masuk kedalam antrian akan selalu berubah.

4. Pengaplikasian model fase lampu merah
   Pengaplikasian model fase lampu merah dimana fase ini yaitu kendaraan masuk kedalam antrian pada setiap satu siklus
5. Pengaplikasian model fase lampu hijau
   Pengaplikasian model fase lampu hijau dimana fase ini yaitu kendaraan keluar dari dalam antrian pada setiap satu siklus
6. Penentuan waktu tunggu kendaraan satu siklus
   Menentukan waktu tunggu kendaraan, pada tahap ini digunakan teori antrian dengan mengasumsikan waktu tunggu kendaraan bersifat deterministik dan digunakan asumsi:
   a. Tidak ada jalur putaran balik
   b. Jika kendaraan sudah masuk dalam antrian, maka tidak bisa keluar dari antrian tersebut.
   c. Di dalam antrian $Q(t)$ dipengaruhi oleh $Q(0)$ yaitu banyaknya kendaraan dalam antrian merupakan sisa antrian dari siklus sebelumnya dan $N(t)$ yaitu banyaknya kedatangan kendaraan yang memasuki antrian pada waktu (t), maka $Q(t) = Q(0) + N(t)$ dan $N(t)$ diasumsikan berdistribusi *Compound Poisson.*

   Pada tahap Penentuan waktu tunggu kendaraan akan dilakukan antara lain sebagai berikut:
   a. Penentuan pemisalan bahwa rata-rata kendaraan yang masuk ke dalam antrian lalu lintas setiap detiknya tidak lebih dari rata-rata kendaraan yang keluar meninggalkan antrian.
   b. Penentuan total waktu tunggu kendaraan dalam antrian yang dibutuhkan pada fase lampu merah dan fase lampu hijau.
   c. Pencarian total waktu tunggu kendaraan di Simpang Yasmin Kota Bogor menggunakan data yang telah diperoleh.
7. Aplikasi model waktu tunggu kendaraan satu siklus
   Diperoleh rata-rata waktu tunggu kendaraan saat berada dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas selama satu siklus.
8. Simulasi model
   Setelah waktu tunggu kendaraan satu siklus diperoleh, dilakukan simulasi model untuk menentukan lama lampu merah menyala dan lama lampu hijau menyala pada setiap ruas jalan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Membagi Waktu Tunggu Kendaraan Menjadi 2 Fase

Menurut Rangkuti (2015), pemodelan waktu tunggu kendaraan dalam antrian di persimpangan lampu lalu lintas pada durasi tertentu yaitu $W = \int_0^T \quad Q(t)dt$ dengan interval $0 \leq t \leq T$.

Berdasarkan sifat integral mengenai sifat penjumlahan pada selang, dalam pengerjaan penelitian ini interval dibagi menjadi 2 yaitu fase lampu merah $0 \leq t \leq M$ dan fase lampu hijau $M \leq t \leq T$, maka persamaan yang diperoleh sebagai berikut:

$$W = \int_0^T Q(t)dt + \int_M^T Q(t)dt \qquad \dots(1)$$

Jika pada fase lampu merah dinyatakan dengan $W_1 = \int_0^M Q(t)dt$ dan pada fase lampu hijau dinyatakan dengan $W_2 = \int_M^T Q(t)dt$, maka dapat ditulis :

$$W = W_1 + W_2 \qquad \dots(2)$$

Pengaplikasian Model Distribusi *Compound Poisson*

Misalkan :

$N(t)$ = banyaknya kendaraan yang masuk kedalam antrian pada waktu t

$G(t)$ = jumlah gelombang yang masuk kedalam antrian pada waktu t

X_i = banyaknya kendaraan yang masuk pada gelombang ke-i

Jika $N(t)$ berdistribusi *Compound Poisson*, maka

$$X = N(t) = \sum_{i=1}^{G(t)} X_i \qquad \dots(3)$$

Berdasarkan ciri dari distribusi *Compound Poisson* $G(t)$ berdistribusi *Poisson* dan X_i berdistribusi sebarang yang saling bebas dan identic. Jumlah kedatangan kendaraan yang masuk ke dalam antrian lampu lalu lintas pada waktu $N(t)$ tidak diketahui nilainya, sehingga dapat digunakan persamaan nilai harapan sebagai berikut:

$$N(t) = \lambda t \qquad \dots(4)$$

$N(t)$ merupakan variabel acak W, W_1, W_2 merupakan fungsi dari peubah acak, sehingga W, W_1, W_2 juga merupakan peubah acak, dengan model waktu tunggu:

$$d = \frac{E[W]}{E[N(t)]} \qquad \dots(5)$$

Pengaplikasian Model Fase Lampu Merah

Pengaplikasian model fase lampu merah dengan interval $0 \leq t \leq M$, dimisalkan:

a. λ merupakan rata-rata kendaraan yang masuk ke dalam antrian per detik.
b. μ merupakan rata-rata kendaraan yang keluar meninggalkan antrian per detik maka dapat ditulis $\lambda \leq \mu$.
c. T merupakan waktu tunggu kendaraan yang masuk ke dalam antrian.
d. $(T - M)$ merupakan waktu siklus lampu lalu lintas dan waktu tunggu kendaraan yang meninggalkan antrian dinotasikan dengan lamanya menyala lampu hijau.

Maka banyaknya kendaraan dalam antrian lampu lalu lintas diharapkan memenuhi persamaan $\lambda T \leq \mu(T - M)$. Sehingga jumlah antrian kendaraan pada fase lampu merah dipengaruhi oleh:

a. $Q(0)$ yaitu sebagai banyaknya sisa kendaraan dari siklus sebelumnya.
b. $N(t)$ yaitu sebagai banyaknya kendaraan yang datang memasuki antrian pada waktu (t).

Total waktu tunggu kendaraan pada fase lampu merah dapat ditulis sebagai berikut:

$$W_1 = \int_0^M Q(t)dt = \int_0^M Q(0) + N(t)dt \qquad \dots(6)$$

Karena $N(t) = \lambda t$ maka diperoleh nilai harapan dari W_1 sebagai berikut:

$$E[W_1] = E\left[\int_0^M [Q(0) + N(t)]dt\right]$$

$$= \int_0^M E[Q(0) + N(t)]dt$$
$$= \int_0^M \{E[Q(0)] + E[N(t)]\}dt$$
$$= \int_0^M \{E[Q(0)] + \lambda t\}dt$$
$$= E[Q(0)]\Big]\frac{M}{0} + \frac{1}{2}.\lambda t^2\Big]\frac{M}{0}$$
$$= E[Q(0)]M + \frac{1}{2}M^2\lambda - (E[Q(0)]).0 + \frac{1}{2}.0^2.\lambda$$
$$E[W_1] = E[Q(0)]M + \tfrac{1}{2}M^2\lambda \qquad \ldots(7)$$

Pengaplikasian Model Fase Lampu Hijau

Total waktu tunggu kendaraan pada fase lampu hijau dengan interval $M \leq t \leq T$ dipengaruhi oleh:

a. $Q(M)$ yaitu banyaknya kendaraan pada fase akhir lampu merah
b. $\frac{1}{\mu}$ yaitu waktu tunggu kendaraan yang dibutuhkan setiap kendaraan yang keluar dari dalam antrian
c. $N(t)$ yaitu banyaknya kendaraan pada fase lampu hijau

Dengan demikian, saat fase lampu hijau total waktu tunggu yang dibutuhkan kendaraan saat berada dalam antrian dipersimpangan adalah:

$$W_2 = \int_M^T Q(t)dt = \int_M^T [Q(0) + N(t)]dt \qquad \ldots(8)$$

Banyaknya kendaraan yang berada pada fase lampu hijau dipengaruhi oleh banyaknya kendaraan yang masuk dan keluar meninggalkan antrian. Jika $Q_1(t)$ pada interval $T \leq t \leq \infty$ identik dengan $Q(t)$ pada interval $M \leq t \leq T$, maka $Q_1(t)$ berada pada interval $M \leq t \leq \infty$, sehingga W_2 dapat ditulis:

$$W_2 = \int_M^\infty Q_1(t)dt - \int_T^\infty Q_1(t)dt \qquad \ldots(9)$$

Jika dimisalkan

$$W_3 = \int_M^\infty Q_1(t)dt \qquad \ldots(10)$$
$$W_4 = \int_T^\infty Q_1(t)dt \qquad \ldots(11)$$

Maka total waktu tunggu kendaraan dalam pada fase lampu hijau dapat ditulis:

$$W_2 = \int_M^\infty Q_1(t)dt - \int_T^\infty Q_1(t)dt = W_3 - W_4 \qquad \ldots(12)$$

Pada fase ini banyaknya kedatangan kendaraan dinotasikan dengan $A_n, n = 1,2,3, \ldots$, dimana n merupakan banyaknya pelayanan kendaraan yang dilakukan pada fase ini dan notasi A_n belum diketahui nilainya. Fungsi $Q_1(t)$ pada interval $M \leq t \leq \infty$ dapat dibagi menjadi:

a. A_1 : banyaknya kedatangan kendaraan dalam antrian pada interval waktu $M \leq t \leq M + \frac{1}{\mu}Q(M)$
b. A_2 : banyaknya kedatangan kendaraan dalam antrian pada interval waktu $M + \frac{1}{\mu}(Q(M) \leq t \leq M + \frac{1}{\mu}\{Q(M) + A_1\}$
c. A_3: banyaknya kedatangan kendaraan dalam antrian pada interval waktu $M + \frac{1}{\mu}\{Q(M) + A_1\} \leq t \leq \frac{1}{\mu}\{Q(M) + A_1 + A_2\}$, dan seterusnya

Secara umum A_n dapat didefinisikan

$$A + \frac{1}{\mu}\{Q(M) + A_1 + \cdots + A_{n-2}\} \leq t < M + \frac{1}{\mu}\{Q(M) + A_1 + \cdots + A_{n-1}\} \qquad \ldots(13)$$

Untuk menyederhanakan A_n, maka interval R mendefinisikan batas atas yang dapat ditulis:

$R_0 = M + \frac{1}{\mu}Q(M)$

$R_1 = M + \frac{1}{\mu}(Q(M) + A_1)$

$= M + \frac{1}{\mu}Q(M) + \frac{1}{\mu}A_1 = R_0 + \frac{1}{\mu}A_1$

$R_2 = M + \frac{1}{\mu}(Q(M) + A_1 + A_2)$

$= M + \frac{1}{\mu}Q(M) + \frac{1}{\mu}A_1 + \frac{1}{\mu}A_2$

$= R_0 + \frac{1}{\mu}(A_1 + A_2)$ dan seterusnya

Secara umum diperoleh:

$$R_n = R_0 + \frac{1}{\mu}(A_1 + A_2 + \cdots + A_n) \qquad \ldots(14)$$

$$n = 1,2,3,\ldots$$

Berdasarkan sifat penjumlahan pada interval W_3 dan W_4 yang telah diperoleh persamaan nya maka:

$$W_3 = \int_M^\infty Q_1(t)dt = \int_M^{M+\frac{1}{\mu}Q(M)} Q_1(t)dt + \sum_{n=0}^{\infty} \int_{R_n}^{R_{n+1}} Q_1(t)dt$$

$$= \int_M^{R_0} Q_1(t)dt + \sum_{n=0}^{\infty} \int_{R_n}^{R_{n+1}} Q_1(t)dt \qquad \ldots(15)$$

$$W_4 = \int_T^\infty Q_1(t)dt = \int_T^{T+\frac{1}{\mu}Q(M)} Q_1(t)dt + \sum_{n=0}^{\infty} \int_{R_n}^{R_{n+1}} Q_1(t)dt$$

$$= \int_T^{R_0} Q_1(t)dt + \sum_{n=0}^{\infty} \int_{R_n}^{R_{n+1}} Q_1(t)dt \qquad \ldots(16)$$

Untuk menghitung $\sum_{n=0}^{\infty} \int_{R_n}^{R_{n+1}} Q_1(t)dt$ menggunakan sifat nilai harapan. , sehingga:

$$E\left(\int_{R_n}^{R_{n+1}} Q_1(t)dt\right) = E\left(E\left(\int_{R_n}^{R_{n+1}} Q_1(t)dt \middle| A_{n+1}\right)\right)(17)$$

Integral pada persamaan di atas dibagi menjadi dua bagian yaitu bagian pertama menggambarkan waktu tunggu hingga A_{n+1} kendaraan dalam antrian pada waktu R_0 dan bagian kedua menggambarkan waktu tunggu kendaraan dalam antrian yang datang pada interval waktu (R_n, R_{n+1}) sehingga $E\left(\int_{R_n}^{R_{n+1}} Q_1(t)dt\right)$ sebagai berikut:

$$E\left(\int_{R_n}^{R_{n+1}} Q_1(t)dt\right)$$

$$= E\left(\frac{1}{2\mu}A_{n+1}(1 + A_{n+1}) + E\left(\int_{R_n}^{R_{n+1}} N(t)|A_{n+1}\right)\right)$$

$$= E\left(\frac{1}{2\mu}(A_{n+1} + A_{n+1}{}^2) + \frac{\lambda}{2\mu^2}A_{n+1}{}^2\right)$$

$$= E\left(\frac{1}{2\mu}\left(A_{n+1} + A_{n+1}{}^2 + \frac{\lambda}{\mu}A_{n+1}{}^2\right)\right)$$

$$= E\left(\frac{1}{2\mu}\left[A_{n+1} + \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right)A_{n+1}{}^2\right]\right)$$

$$= \frac{1}{2\mu}E\left(A_{n+1} + \left(1 + \frac{\lambda}{\mu}\right)A_{n+1}{}^2\right) \qquad \ldots(18)$$

Selanjutnya akan dicari nilai dari A_{n+1} dan $A_{n+1}{}^2$ dengan menggunakan sifat nilai harapan, dimisalkan $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ dan I dinyatakan sebagai berikut:

$$I = \frac{\text{variansi dari jumlah kedatangan kendaraan/siklus}}{\text{rata} - \text{rata jumlah kedatangan kendaraan/siklus}}$$

$$I = \frac{var\,N(t)}{\lambda t} \qquad \ldots(19)$$

$$var\ N(t) = I\lambda t \qquad \dots(20)$$

A_{n+1} dan $A_{n+1}{}^2$ saling bebas, maka:

$$E\{A_{n+1}\} = E\{A_{n+1}|A_n\}$$
$$= \lambda\left(\frac{1}{\mu}A_n\right)$$
$$= \frac{\lambda}{\mu}A_n$$
$$= \rho A_n \qquad \dots(21)$$

Diketahui:
$var\{A_{n+1}|A_n\} = E\{A_{n+1}{}^2|A_n\} - E^2\{A_{n+1}|A_n\}$ekuivalen dengan $E\{A_{n+1}{}^2|A_n\} = E^2\{A_{n+1}|A_n\}$ $+var\{A_{n+1}|A_n\}$, maka:

$$E\{A_n\} = E^2\{A_n\} + var\{A_n\}$$
$$= (\rho A_n)^2 + I\lambda\frac{A_n}{\mu}$$
$$= \rho^2 A_n{}^2 + I\frac{\lambda}{\mu}A_n$$
$$= \rho^2 A_n{}^2 + I\rho A_n \qquad \dots(22)$$

Berdasarkan persamaan (18), (20), (21) dan (22) maka:

$$E\left(\int_{R_n}^{R_{n+1}} Q_1(t)dt\right)$$
$$= E\frac{1}{2\mu}\left(A_{n+1} + \left(1+\frac{\lambda}{\mu}\right)A_{n+1}{}^2\right)$$
$$= \frac{1}{2\mu}E\left\{\rho A_n + \left(1+\frac{\lambda}{\mu}\right)(\rho^2 A_n{}^2 + I\rho A_n)\right\}$$
$$= \frac{1}{2\mu}E\{\rho A_n + (1+\rho)(\rho^2 A_n{}^2 + I\rho A_n)\}$$
$$= \frac{1}{2\mu}E\{\rho A_n + \rho^2 A_n{}^2 + I\rho A_n + \rho^3 A_n{}^2 + I\rho^2 A_n\}$$
$$= \frac{1}{2\mu}E\{\rho A_n + I\rho A_n + I\rho^2 A_n + \rho^2 A_n{}^2 + \rho^3 A_n{}^2\}$$
$$= \frac{1}{2\mu}E\{\rho A_n(1 + I + I\rho) + \rho^2 A_n{}^2(1+\rho)\}$$
$$= \frac{1}{2\mu}E\{\rho A_n\big(1 + I(1+\rho)\big) + \rho^2 A_n{}^2(1+\rho)\}$$
$$= \frac{1}{2\mu}E\{\rho^{n+1}E[Q(M)]\left[1 + \frac{I(1+\rho)(1-\rho^{n+1})}{1-\rho}\right]$$
$$+\rho^{n+2}E[Q^2(M)(1-\rho)]\}$$

Substitusikan persamaan di atas ke persamaan (16)

$$E[W_3] = \frac{1}{2}\mu^{-1}(1-\rho)^{-2}\{(1 + I\rho - \rho)E[Q(M)] + (1-\rho)E[Q^2(M)]\} \qquad \dots(23)$$

Nilai $E[W_4]$ dicari dengan menggunakan cara yang sama dengan $E[W_3]$ sehingga nilai $E[W_4]$ dapat ditulis:

$$E[W_4] = \frac{1}{2}\mu^{-1}(1-\rho)^{-2}\{(1 + I\rho - \rho)E[Q(T)] + (1-\rho)E[Q^2(T)]\} \qquad \dots(24)$$

Sehingga persamaan $E[W_2]$ dapat ditulis:

$$E[W_2] = E[W_3] - E[W_4]$$
$$= (\frac{1}{2}\mu^{-1}(1-\rho)^{-2}\{(1 + I\rho - \rho)$$
$$E[Q(M)] + (1-\rho)E[Q^2(M)]\})$$

$$
\begin{gathered}
-(\frac{1}{2}\,\mu^{-1}(1-\rho)^{-2}\{(1+I\rho-\rho) \\
E[Q(T)]+(1-\rho)E[Q^2(T)]\} \\
=\frac{1}{2}\,\mu^{-1}(1-\rho)^{-2}\{(1+I\rho-\rho) \\
(E[Q(M)]-E[Q(T)])+(1-\rho) \\
(\,E[Q^2(M)]-E[Q^2(T)])\} \qquad \ldots(25)
\end{gathered}
$$

Diasumsikan antrian yang terdapat pada lampu lalu lintas berada dalam keseimbangan statis dan kondisi yang harus dipenuhi ialah rata-rata banyaknya kedatangan kendaraan per satu siklus harus kurang dari banyaknya kendaraan yang meninggalkan antrian selama fase lampu hijau sebagai berikut:

$\lambda T \leq (T-M)\mu$, $\quad \rho \leq \frac{(T-M)}{T}$

$$
\frac{\lambda}{\mu}T \leq (T-M)\ \ atau\ \frac{\lambda}{\mu} \leq \frac{(T-M)}{T}
$$

Karena $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ dan misalkan $m = \frac{M}{T}$, maka $\rho < 1-m$

$$
\begin{gathered}
E[Q(0)] = E[Q(T)] \\
E[Q^2(0)] = E[Q^2(T)] \\
E[Q(M)] = E[Q(0)] + E[N(M)] \\
E[Q(M)] - E[Q(T)] \\
E[Q^2(M)] - E[Q^2(T)] \\
[Q(M)] - E[Q(T)] = E[Q(0)] \\
+E[N(M)] - E[Q(T)] \\
= E[Q(0)] + E[N(M)] - E[Q(0)] \\
= E[N(M)] \\
= \lambda M \\
E[Q^2(M)] - E[Q^2(T)] = 2E[N(M)][Q(0)] \\
+E[N^2(M)] \\
= 2\lambda M E[Q(0)] + (\lambda M)^2 + \lambda M I \\
= 2\lambda M E[Q(0)] + \lambda^2 M^2 + \lambda M I
\end{gathered}
$$

Nilai waktu tunggu kendaraan pada saat berada dalam antrian fase lampu hijau sebagai berikut:

$$
\begin{gathered}
[W_2] = \frac{1}{2}\frac{1}{\mu}\frac{1}{(1-\rho)^{\,2}}\{(1+I\rho-\rho)(\lambda M) \\
+(1-\rho)(2\lambda M E[Q(0)] + \lambda^2 M^2 \\
+\lambda M I)\} \qquad \ldots(26)
\end{gathered}
$$

Model Waktu Tunggu Kendaraan Satu Siklus

Total waktu tunggu kendaraan saat berada dalam antrian di persimpangan dalam satu siklus sebagai berikut:

$$
\begin{gathered}
E[W] = E[W_1] + E[W_2] \\
= \left(E[Q(0)]M + \frac{1}{2}\,M^2\lambda\right) + (\frac{1}{2}\frac{1}{\mu}\frac{1}{(1-\rho)^{\,2}} \\
\{(1+I\rho-\rho)\lambda M + (1-\rho)(2\lambda M \\
E[Q(0)]\ + \lambda^2 M^2 + \lambda M I)\}) \\
= \left(E[Q(0)]M + \frac{1}{2}\,M^2\lambda\right) + (\frac{1}{2(1-\rho)^{\,2}} \\
\{(1+I\rho-\rho)\frac{\lambda}{\mu}M + (1-\rho)(2\frac{\lambda}{\mu}M \\
E[Q(0)] + \frac{\lambda^2}{\mu}M^2 + \frac{\lambda}{\mu}MI)\}) \\
= \frac{2(1-\rho)^{\,2}}{2(1-\rho)^{\,2}}\left(E[Q(0)]M + \frac{1}{2}M^2\lambda\right) +
\end{gathered}
$$

$$
\begin{aligned}
&(\frac{1}{2}\{\frac{(1-I\rho-\rho)\rho M}{(1-\rho)^{\,2}}+\\
&\frac{(1-\rho)(2\rho ME[Q(0)]+\rho\lambda M^2+\rho MI}{(1-\rho)^{\,2}}\})\\
&=\frac{2(1-\rho)^{\,2}}{2(1-\rho)^{\,2}}\left(E[Q(0)]M+\frac{1}{2}M^2\lambda\right)+\\
&(\frac{1}{2}\{\frac{(1-I\rho-\rho)\rho M}{(1-\rho)(1-\rho)}+\\
&\frac{(1-\rho)(2\rho ME[Q(0)]+\rho\lambda M^2+\rho MI}{(1-\rho)(1-\rho)}\})\\
&=\frac{2(1-\rho)^{\,2}}{2(1-\rho)^{\,2}}\left(E[Q(0)]M+\frac{1}{2}M^2\lambda\right)\\
&+\frac{1}{2}\{\left(\frac{(1-\rho)}{(1-\rho)^{\,2}}+\frac{I\rho}{(1-\rho)^{\,2}}\right)\rho M\\
&+\frac{2\rho ME[Q(0)]+\rho\lambda M^2+\rho MI}{(1-\rho)}\}\\
&=\frac{2(1-\rho)^{\,2}}{2(1-\rho)^{\,2}}\left(E[Q(0)]M+\frac{1}{2}M^2\lambda\right)\\
&+(\frac{1}{2(1-\rho)}\rho M+\frac{I\rho}{2(1-\rho)^{\,2}}\rho M\\
&+\frac{2\rho ME[Q(0)]+\rho\lambda M^2+\rho MI}{2(1-\rho)})\\
&=\frac{2(1-\rho)^{\,2}}{2(1-\rho)^{\,2}}\left(E[Q(0)]M+\frac{1}{2}M^2\lambda\right)\\
&+(\frac{\rho M}{2(1-\rho)}+\frac{I\rho^2M}{2(1-\rho)^{\,2}}+\\
&\frac{2\rho ME[Q(0)]+\rho\lambda M^2+\rho MI}{2(1-\rho)}\\
&=\frac{2(1-\rho)(1-\rho)}{2(1-\rho)(1-\rho)}\left(E[Q(0)]M+\frac{1}{2}M^2\lambda\right)\\
&+(\frac{\rho M}{2(1-\rho)}+\frac{I\rho^2M}{2(1-\rho)^{\,2}}+\\
&\frac{2\rho ME[Q(0)]+\rho\lambda M^2+\rho MI}{2(1-\rho)}\\
&=\frac{1}{2(1-\rho)}\left\{2(1-\rho)\left(E[Q(0)]M+\frac{1}{2}M^2\lambda\right)\right\}\\
&+(\frac{\rho M}{2(1-\rho)}+\frac{I\rho^2M}{2(1-\rho)^{\,2}}\\
&+\frac{2\rho ME[Q(0)]+\rho\lambda M^2+\rho MI}{2(1-\rho)}\\
&=\frac{1}{2(1-\rho)}\{2E[Q(0)]M+M^2\lambda-\\
&2\rho E[Q(0)]M-\rho M^2\lambda\}+(\frac{\rho M}{2(1-\rho)}\\
&+\frac{I\rho^2M}{2(1-\rho)^{\,2}}+\frac{2\rho ME[Q(0)]+\rho\lambda M^2+\rho MI}{2(1-\rho)})\\
&=\frac{1}{2(1-\rho)}\{2E[Q(0)]M+M^2\lambda-\\
&2\rho E[Q(0)]M-\rho M^2\lambda+\rho M+\frac{I\rho^2M}{(1-\rho)}\\
&+2\rho ME[Q(0)]+\rho\lambda M^2+\rho MI\}\\
&=\frac{1}{2(1-\rho)}\{2E[Q(0)]M+M^2\lambda+\rho M+\\
&\frac{I\rho^2M}{(1-\rho)}+\rho MI\}\\
&=\frac{M}{2(1-\rho)}\left\{2E[Q(0)]+M\lambda+\rho+\frac{I\rho^2}{(1-\rho)}+\rho I\right\}
\end{aligned}
$$

$$= \frac{\lambda M}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2E[Q(0)]}{\lambda} + M + \frac{\rho}{\lambda} + \frac{I\rho^2}{\lambda(1-\rho)} + \frac{\rho I}{\lambda}\right\}$$

$$= \frac{\lambda M}{2(1-\rho)}\{\frac{2E[Q(0)]}{\lambda} + M + \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu}\left(\frac{I\rho}{(1-\rho)}\right) + \frac{1}{\mu}I\}$$

$$= \frac{\lambda mT}{2(1-\rho)}\{\frac{2E[Q(0)]}{\lambda} + mT + \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu}\left(\frac{I\rho}{(1-\rho)}\right) + \frac{1}{\mu}I\}$$

$$= \frac{\lambda mT}{2(1-\rho)}\{\frac{2E[Q(0)]}{\lambda} + mT + \frac{1}{\mu} + \frac{I\rho}{\mu(1-\rho)} + \frac{1}{\mu}I\}$$

$$= \frac{\lambda mT}{2(1-\rho)}\{\frac{2E[Q(0)]}{\lambda} + mT + \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{I\rho}{(1-\rho)} + I\right) \quad \ldots (27)$$

Total waktu tunggu kendaraan selama satu siklus yaitu:

$$d = \frac{E[W]}{E[N(T)]}$$

$$= \frac{\frac{\lambda mT}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2E[Q(0)]}{\lambda} + mT + \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{I\rho}{(1-\rho)} + I\right)\right\}}{\lambda T}$$

$$d = \frac{m}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2E[Q(0)]}{\lambda} + mT + \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{I\rho}{(1-\rho)} + I\right)\right\}$$

Aplikasi Jl. K. H. Sholeh Iskandar (barat)

(λ) : 0,4539 smp/detik

(T) : 81 detik, (H) : 17 detik

(r) : 15 smp/detik hijau

$(Q(0))$: 9 kendaraan

$$M = T - H - K = 81 - 17 - 3 = 61$$

$$\mu = 0{,}882\,\frac{smp}{detik}$$

$$\rho = 0{,}5146\,\frac{smp}{detik}$$

$var\ N(t) = 1{,}4118, \quad I = 0{,}0321$

$$d = \frac{E[W]}{E[N(T)]}$$

$$= \frac{m}{2(1-\rho)}\left\{\frac{2E[Q(0)]}{\lambda} + mT + \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{I\rho}{(1-\rho)} + I\right)\right\}$$

$$= \frac{\frac{64}{81}}{2(1-0{,}5146)}\{\frac{2x9}{0{,}4539} + \frac{64}{81}x\,81 + \frac{1}{0{,}882}[1 + \frac{0{,}01912x0{,}5146}{(1-0{,}5146)} + 0{,}01912]\}$$

$= 80{,}30703057 \approx 80$ detik

Aplikasi Jl. K. H. Sholeh Iskandar (timur)

(λ) : 0,4735 smp/detik

(T) : 81 detik , (H) : 31 detik

(r) : 26 smp/detik hijau

$\big(Q(0)\big)$: 23 kendaraan

$$M = T - H - K = 81 - 31 - 3 = 47$$
$$\mu = 0{,}8387 \frac{smp}{detik}$$
$$\rho = 0{,}5646 \frac{smp}{detik}$$

$var\ N(t) = 8{,}671$, $I = 0{,}2261$

$$d = \frac{E[W]}{E[N(T)]}$$
$$= \frac{m}{2(1-\rho)} \left\{ \frac{2E[Q(0)]}{\lambda} + mT + \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{I\rho}{(1-\rho)} + I\right) \right\}$$
$$= \frac{\frac{50}{81}}{2(1-0{,}5646)} \{ \frac{2x23}{0{,}4735} + \frac{50}{81} x\ 81 + \frac{1}{0{,}8387}[1 + \frac{0{,}2261x0{,}5646}{(1-0{,}5646)} + 0{,}2261]\}$$
$$= 80{,}07 \approx 80 \text{ detik}$$

Aplikasi Jl. K. H. Abdullah bin Nuh

(λ) : 0,4534 smp/detik

(T) : 81 detik, (H) : 24 detik

(r) : 20 smp/detik hijau

$\big(Q(0)\big)$: 15 kendaraan

$$M = T - H - K = 81 - 24 - 3 = 54$$
$$\mu = 0{,}83 \frac{smp}{detik}$$
$$\rho = 0{,}5464 \frac{smp}{detik}$$

$var\ N(t) = 7{,}6115$, $I = 0{,}2072$

$$d = \frac{E[W]}{E[N(T)]}$$
$$= \frac{m}{2(1-\rho)} \left\{ \frac{2E[Q(0)]}{\lambda} + mT + \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{I\rho}{(1-\rho)} + I\right) \right\}$$
$$= \frac{\frac{57}{81}}{2(1-0{,}5646)} \{ \frac{2x15}{0{,}4534} + \frac{57}{81} x\ 81 + \frac{1}{0{,}83}[1 + \frac{0{,}2072x0{,}5464}{(1-0{,}5464)} + 0{,}2072]\}$$
$$= 79{,}75 \approx 80 \text{ detik}$$

Simulasi Model Waktu Tunggu Kendaraan

Fase lampu kuning waktu tunggu kendaraan tidak berubah yaitu 3 detik, waktu tunggu kendaraan dalam antrian saat fase lampu merah dengan perhitungan sebagai berikut:

$$d_m(barat) = \frac{E[W_1]}{\lambda T} = \frac{E[Q(0)]M + \frac{1}{2} M^2 \lambda}{\lambda T}$$
$$= \frac{9\ x\ 64 + \left(\frac{1}{2}\ 64^2 x\ 0{,}4539\right)}{0{,}4539\ x\ 80}$$
$$= 42{,}56 \approx 43\ detik$$
$$d_m(timur) = \frac{23\ x\ 50 + \left(\frac{1}{2}\ 50^2 x\ 0{,}4735\right)}{0{,}4735 x\ 80}$$

$$= 54{,}98 \approx 55\ detik$$

$$d_m(selatan) = \frac{15\ x\ 57 + \left(\frac{1}{2}\ 57^2 x\ 0{,}4534\right)}{0{,}4534 x\ 80}$$

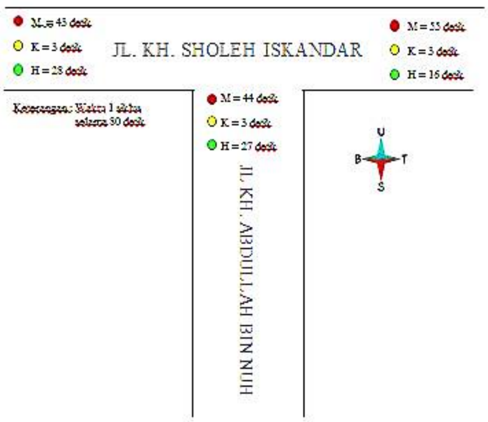
$$= 43{,}87 \approx 44\ detik$$

Kemudian mencari waktu tunggu kendaraan pada fase lampu hijau dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Waktu Tunggu Kendaraan pada fase Lampu Hijau

Ruas Jalan	Perhfase lampu hijau
$d_h(barat)$	80 – 9 – 43 = 28
$d_h(timur)$	80 – 9 – 55 = 16
$d_h(selatan)$	80 – 9 – 44 = 27

Skenario waktu tunggu di persimpangan jalan SImpang Yasmin dapat dilihat pada Gambar 1**.**



Gambar 1. Denah Simpang Yasmin

KESIMPULAN

Model yang diperoleh pada model waktu tunggu kendaraan dengan pola kedatangan berdistribusi *Compound* menghasilkan waktu tunggu kendaraan selama 80 detik untuk setiap satu siklus. Simulasi yang diperoleh pada ruas jalan di Simpang Yasmin yaitu Jl. K. H. Sholeh Iskandar (barat) selama 28 detik waktu hijau, Jl. K. H. Sholeh Iskandar (timur) selama 16 detik waktu hijau, dan Jl. K. H. Abdullah bin Nuh selama 27 detik waktu hijau.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Febrianti, V. (2016). *Wow, Kota Bogor Disesaki 434.044 Kendaraan*. http://bogor.tribunnews.com/2016/01/07/wow-kota-bogor-disesaki-434044-kendaraan [diakses pada tanggal 11 Maret 2018].

[2] Darenoh, D.N. (2017). 473 Ribu Kendaraan Sesaki Bogor. *Radar Bogor*.

[3] Sutrisno, M.T. (2011). Model Waktu Tunggu pada Persimpangan Lalu Lintas. Skripsi, Universitas Indonesia, Depok.

[4] Maysaroh, A.P. (2012). Model Waktu Tunggu Kendaraan pada Persimpangan dengan Lampu Lalu Lintas Saat Jam Sibuk. Skripsi, Universitas Indonesia, Depok.

[5] Riana, M. (2014). Model Antrian Waktu Tunggu Kendaraan di Persimpangan Lampu Lalu Lintas Condong Catur dengan Compound Poisson Arrivals dan Memperhatikan Sisa Antrian Sebelumnya. Skripsi, Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta.

[6] Rouphail, N, Tarko, A, Li, J. (2001). Traffic Flow at Signalized Intersection. *Traffic Flow Theory Monograpf Chaphter 9.*

[7] Rangkuti, A. (2015). *Model Riset Operasi dan Aplikasinya.* Sidoarjo: Brilian Internasional.