

Analisa *Surface Plasmon Polariton* (SPR) pada Rod Metal Menggunakan Metode *Finite Difference Time Domain* (FDTD)

T.P. Negara

Departemen Ilmu Komputer
 Jl. Mayor Oking Jayaatmaja No. 27. Bogor-16124. Telp. (0251)8343980
 Email: teguhpujanegara@yahoo.com

Abstrak

Simulasi perambatan gelombang elektromagnetik telah dilakukan pada rod metal (metallic rod) menggunakan metode Finite Difference Time Domain (FDTD). Untuk polarisasi transverse electric (TE) terlihat adanya fenomena Surface Plasmon Polariton (SPR) pada permukaan rod. Variasi diameter rod dilakukan untuk melihat panjang gelombang resonansi terjadinya fenomena tersebut. Sebagai pembandingan, jika rod diganti dengan bahan dielektrik fenomena surface plasmon tidak terjadi.

Keywords: FDTD, Surface Plasmons, Metallic Rod.

1. Pendahuluan

Secara *basic* respon optik terhadap bahan ditentukan oleh proses elektronik internal termasuk interaksi cahaya dengan struktur nano metal dapat dianalisis secara numerik melalui simulasi elektromagnetik menggunakan metode *Finite Difference Time Domain* (FDTD) [1], *Finite Difference Frequency Domain* (FDFD) [2], *Finite Element* (FEM) [3], *Finite Volume* (FV) [4], *Discontinuous Galerkin Time Domain* (DGTD) [5]. Pemecahan persamaan Maxwell dari cahaya, secara numerik telah lama diteliti untuk menganalisis transmisi, reflektansi, dan absorptansi dari struktur nano metal [6, 7, 8]

Setelah Yee memperkenalkan metode *Finite Difference Time Domain* (FDTD) untuk menganalisis medan listrik-magnet. tahun 1966, metode ini banyak dikembangkan untuk permasalahan hamburan medan listrik-magnet [9], analisa antenna [10], planar circuit [11], aplikasi penginderaan jarak jauh (*remote sensing*) [12], aplikasi biomedis [13], dan lain-lain. Salah satu alasan metode ini banyak diterapkan adalah kemudahan untuk menganalisa permasalahan yang didasarkan persamaan integral yang sulit dipecahkan dengan menggunakan metode lain.

Ketika frekuensi cahaya sama dengan frekuensi osilasi dari elektron, terjadilah *surface plasmon resonance*. Pada keadaan ini, intensitas medan elektromagnetik di sekitar nanopartikel logam lebih besar dibandingkandaerah lainnya karena terjadinya *near-field enhancement*. Selain itu, pada saat terjadi resonansi, energi yang hilang oleh nanopartikel akibat serapan dan hamburan bernilai maksimum. *Surface plasmon* adalah osilasi rapat elektron bebas pada permukaan metal yang kontak dengan material dielektrik. Kopling dari *surface plasmon* dengan medan elektromagnetik di sekitar permukaan metal-dielektrik menimbulkan *surface plasmon polariton* (SPR) [14]. Secara teoritik, perambatan gelombang elektromagnetik pada frekuensi THz menyebabkan *mode surface plasmon* terlokalisasi lebih kuat, yang selanjutnya dinamakan *spoof surface plasmon polariton* (SSPP) [15]. *Spoof surface plasmon* pada membran metal terstruktur telah ditunjukkan pada frekuensi THz [16]. *Spoof surface plasmon* tidak akan muncul pada permukaan metal datar pada frekuensi rendah karena kedalaman kulit dari metal diabaikan pada frekuensi ini [17]. Secara garis besar, LSPR dipengaruhi oleh sifat dielektrik berupapermitivitas bahan dan ukuran serta bentuk partikel logam yang digunakan [18,19].

Pada penelitian ini, simulasi menggunakan metode FDTD dilakukan untuk menganalisis fenomena *surface plasmon* pada rod metal dengan variasi diameter untuk melihat panjang gelombang terjadinya fenomena tersebut.

2. Metode Penelitian

Interaksi gelombang elektromagnetik dengan medium dapat digambarkan secara kuantitatif menggunakan empat persamaan Maxwell. Untuk kasus *transverse electric* (TE), medan listrik $\vec{E}(x, y)$ searah bidang $x-y$ dan medan magnetik $\vec{H}(x, y)$ searah bidang z , persamaan Maxwell dapat ditulis [20]

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_z}{\partial t} &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial D_x}{\partial t} &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ \frac{\partial D_y}{\partial t} &= -\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial H_z}{\partial x}\end{aligned}$$

dengan persamaan konstitutif diberikan dengan: $D_x = \epsilon_0 \epsilon_r E_x$, $D_y = \epsilon_0 \epsilon_r E_y$.

Analisis plamonik dilakukan dengan menghitung hamburan dan serapan oleh logam dengan metode FDTD yaitu dengan memecahkan persamaan Maxwell untuk gelombang elektromagnetik yang berinteraksi dengan logam. Untuk memecahkan persamaan Maxwell, algoritma FDTD menggunakan beda-tengah orde dua (*second order central differences*).

$$\left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} \approx \frac{f\left(x_0 + \frac{\delta}{2}\right) - f\left(x_0 - \frac{\delta}{2}\right)}{\delta}$$

Dengan menggunakan beda-tengah (*central difference*), kita dapat menghitung aproksimasi turunan dari suatu fungsi pada titik tertentu, dengan mengetahui nilai fungsi tersebut di titik tetangganya. yaitu untuk menghitung turunan fungsi pada titik dilakukan dengan menghitung nilai fungsi tersebut pada titik.

Secara umum, algoritma FDTD untuk solusi persamaan gelombang yang diperkenalkan oleh Kane Yee bisa diringkas sebagai berikut:

- Mengganti seluruh turunan dalam persamaan Hukum Ampere dan Hukum Faraday dengan beda hingga. Medan listrik dan magnet didiskritisasi secara berselang-seling baik dalam ruang maupun waktu.
- Memecahkan persamaan Hukum Ampere dan Hukum Faraday yang sudah didiskritisasi untuk mendapatkan persamaan pembaruan (*update*) untuk medan listrik dan magnet, untuk menghitung medan pada suatu timestep berdasarkan medan pada satu timestep sebelumnya.
- Medan magnet dievaluasi satu timestep ke depan, kemudian nilai medan magnet tersebut digunakan pada langkah waktu berikutnya.
- Medan listrik dievaluasi satu timestep ke depan, kemudian nilai medan listrik tersebut digunakan pada langkah waktu berikutnya.
- Ulangi poin 3 dan 4 sampai nilai medan didapat untuk durasi yang diinginkan.

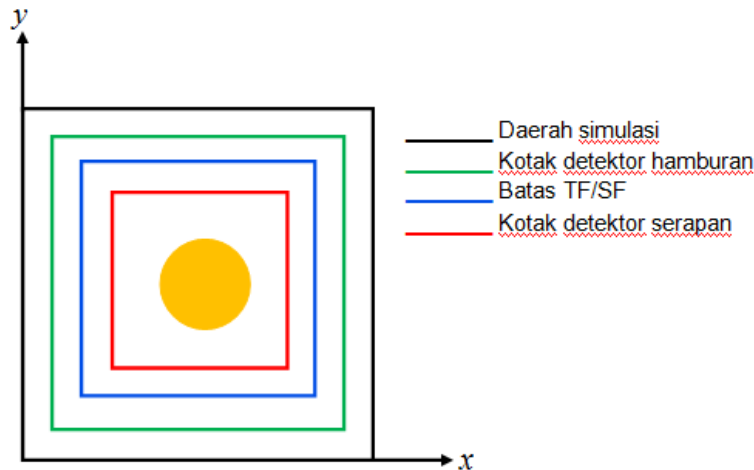
Untuk mensimulasikan perambatan gelombang yang lebih baik, diperlukan syarat batas tertentu agar pada batas daerah simulasi tidak ada pantulan gelombang. Dengan menerapkan syarat batas, daerah simulasi yang merupakan daerah berhingga dapat berfungsi seolah-olah sebagai daerah tak berhingga. Syarat batas ini diterapkan dengan menggunakan lapisan anisotropik dengan mengatur parameter sigma berdasarkan susunan pada gambar 31. Lapisan anisotropik digunakan untuk menyerap gelombang dengan arah rambat tertentu. Pada simulasi ini, digunakan teknik yang disebut *Perfectly Matched Layer* (PML) sebagai syarat batas penyerap [5]. Penjelasan lengkap mengenai PML dapat dibaca pada ref [21].

Untuk melihat interaksi antara rod metal dengan gelombang elektromagnetik (cahaya) sampai terpenuhi syarat terjadinya resonansi, yaitu, *surface plasmon* dimodelkan dengan pendekatan yang paling sederhana yaitu dengan model *quasi-statik*. Pendekatan ini berlaku ketika ukuran partikel jauh lebih kecil dibandingkan dengan panjang gelombang cahaya di medium sekelilingnya ($d \ll \lambda$)

Sebagaimana digambarkan pada gambar 1, struktur merupakan rod berbahan metal dengan permitifitas sesuai dengan model Drude:

$$\varepsilon(\nu) = 1 - \frac{1.52 \times 10^{30}}{\nu(\nu - 1.6 \times 10^{13}i)}$$

dengan ν adalah frekuensi operasi yang dapat divariasikan



Gambar 1. Skema letak kotak detektor serapan dan detektor hamburan yang pada daerah simulasi

Pada simulasi ini, medan yang dihamburkan dan diserap oleh nanopartikel dihitung. Untuk mempermudah perhitungan, dibuat 2 daerah simulasi yaitu daerah medan total (*Total Field*) dan daerah medan terhambur (*Scattered Field*) untuk memisahkan perhitungan flux serapan dan flux hamburan.

Simulasi ini dilakukan dengan parameter simulasi yang masing-masing berbeda untuk setiap ukuran. Hal ini dilakukan untuk mempertahankan kestabilan perhitungan secara numerik. Salah satunya terlihat pada beda-hingga waktu Δt dan beda-hingga ruang $\Delta x = \Delta y = \delta$ yang dinyatakan dalam bilangan Courant yaitu [9]

$$S = \frac{c \cdot \Delta t}{\delta} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Dengan bilangan Courant, nilai beda-hingga waktu dan beda-hingga ruang (lebar grid) memiliki batasan tertentu agar tetap sesuai dengan fenomena fisis dari perambatan gelombang. Artinya, kita cukup menentukan satu nilai antara nilai Δt atau δ kemudian bilangan Courant digunakan untuk memperoleh nilai yang belum ditentukan.

Untuk bola dengan diameter 30 nm , jumlah sel yang digunakan berukuran 50×100 yaitu dengan ukuran sel $\delta = 1 \text{ nm}$, sehingga nilai Δt yang digunakan agar syarat bilangan Courant terpenuhi adalah $\Delta t = 19 \times 10^{-19} \text{ s}$.

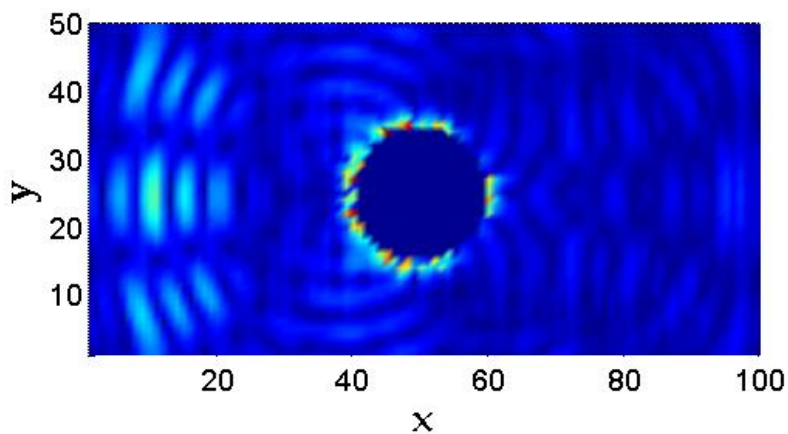
3. Hasil dan Analisis

Simulasi FDTD digunakan dengan variasi jari-jari rod dilakukan untuk melihat panjang gelombang resonansi terjadinya fenomena *surface Plasmon*, sehingga dihasilkan grafik berikut:

Tabel 1. Posisi puncak pada spektrum serapan nanopartikel emas berbagai ukuran yang diperoleh dengan simulasi FDTD, dinyatakan dalam panjang gelombang.

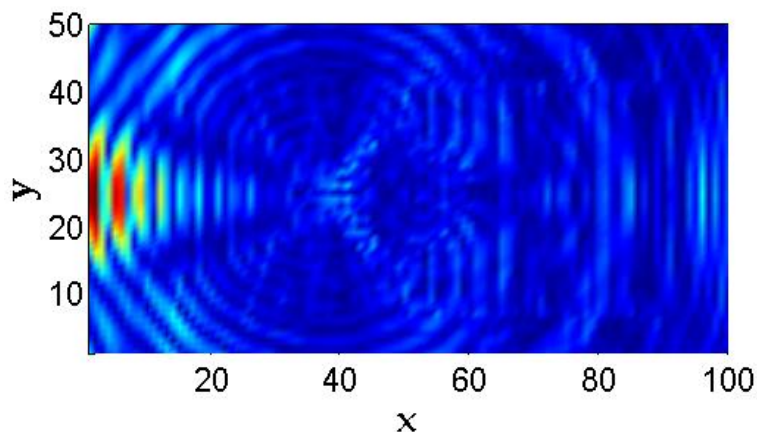
Diameter (<i>nm</i>)	Panjang gelombang resonansi (<i>nm</i>)
5	519
10	521
15	525
20	537
25	539
30	540

Panjang gelombang resonansi yang diperoleh dari hasil simulasi FDTD dikonfirmasi dengan melihat pola intensitas medan listriknya. Misalnya untuk diameter 30nm , panjang gelombang resonansinya adalah 540nm . Selanjutnya, dihasilkan pola intensitas medan listrik ketika nanopartikel emas dengan diameter 30nm dalam pengaruh gelombang EM dengan panjang gelombang 540nm seperti pada gambar



Gambar 2. Pola intensitas medan listrik nanopartikel emas dengan diameter 30nm ketika terjadi resonansi yaitu 540nm

Sebagai perbandingan simulasi dilakukan dengan mengganti permitifitas rod metal dengan rod dielektrik dan terlihat pada gambar 3 tidak terjadi pola *surface plasmon* di sekitar permukaan rod



Gambar 3. Pola intensitas medan listrik nanopartikel dielektrik dengan diameter 30 nm

Dalam keadaan resonansi, terjadi pengumpulan muatan di sekitar permukaan bola sehingga energi di sekitar permukaan bola lebih besar dibandingkan di daerah lain. Pengumpulan muatan ini disebabkan oleh interaksi gas elektron bebas dengan medan listrik dan medan magnet. Akan tetapi, interaksinya dengan medan listrik jauh lebih kuat dibandingkan dengan medan magnet. Hal ini diindikasikan dengan terbentuknya dipol listrik pada arah x dan y searah dengan arah medan listrik E_x dan E_y .

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil simulasi menggunakan metode FDTD, fenomena *surface plasmon* dapat ditemukan pada panjang gelombang resonansi tertentu. Lokalisasi medan listrik terjadi di sekitar permukaan rod metal saat *surface plasmon* terjadi.

References

- [1] Z. Sun. Study of Metallic Nano-Optic Structures. Dissertasi: Lanzhou University, Cina. 2000
- [2] W. Zhao, H. W. Deng & Y. J. Zhao, Journal of Electromagnetic Waves and Applications, Volume 22, Issue 17-18, 2008
- [3] W. G. Strang, G. J. Fix, (1973). An Analysis of The Finite Element Method. Prentice Hall. ISBN 0-13-032946-0
- [4] R. Eymard, T. Gallouët, R. Herbin, (2000) The finite volume method Handbook of Numerical Analysis, Vol. VII, 2000, p. 713–1020. Editors: P.G. Ciarlet and J.L. Lions.
- [5] K. Stanigel, M. König, J. Niegemann. Proceedings of SPIE, The International Society for Optical Engineering, 2009; DOI: 10.1117/12.823517
- [6] L. Lin, R. J. Blaikie, and R. J. Reeves, Surface-Plasmon-Enhanced Optical Transmission through Planar Metal Films, Progress In Electromagnetics Research Symposium, 2005
- [7] Y. Chen and W. Liu, Optics Letters, Vol. 37, Issue 1, pp. 4-6 (2012)
- [8] K. B. Thapa, N. K. Mishra, G. N. Pandey, Jagmandar, dan S. P. Ojha. Enhanced Absorption In Periodic One-Dimensional Metallic-Organic Periodic Structure, Progress In Electromagnetics Research M, Vol. 8, 221–233, 2009
- [9] J. H. Oates. 1994. Propagation and Scattering of Electromagnetic Waves in Complex Environments. Dissertasi. Massachusetts Institute of Technology
- [10] Y. X. Yang, H. C. Zhao. Analysis of equivalent antenna based on FDTD method. Defence Technology, Volume 10, Issue 3, Pages 304–307 (2014)
- [11] Y. T. Duan, B. Chen, L. H. Shi, and C. Gao. Analysis of Planar Circuits Using an Efficient Laguerre-Based FDTD Method. Progress In Electromagnetics Research M, Vol. 38, 155–163, 2014
- [12] F. L. Teixeira, W. C. Chew, M. Straka, M. L. Oristaglio. Finite-Difference Time-Domain Simulation of Ground Penetrating Radar on Dispersive, Inhomogeneous, and Conductive Soils. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 36, No. 6(1998)
- [13] J.Q. Lu, P. Yang, X.H. Hu, "Simulations of Light Scattering from a Biconcave Red Blood Cell Using the FDTD method", Journal of Biomedical Optics, 10(2), 024022 (2005)

- [14] H. Raether, *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings* . Berlin: Springer-Verlag , 1988
- [15] Mazumder. United Patent Application Publication. US20120019901A1. 2010
- [16] Y. Torodov, L. Toso, J. Teissier, A. M. Andrews, P. Klang, R. Colombelli, I. Sagnes, G. Strasser, C. Sirtori. OPTICS EXPRESS. Vol. 18, No. 3. 2010
- [17] E. Hendry, M. J. Lockyear, J. G. Rivas, L. Kuipers, M. Bonn. Phys. Rev. B 45. 235305.2007
- [18] Petryayeva, E., Krull, U.J., *Localized Surface Plasmon Resonance: Nanostructures, bioassays, and biosensing-A review*. Analytica ChimicaActa 706 (2011) 8–24. Elsevier.
- [19] Maier, S.A., *Plasmonics: Fundamental and Applications*. 2007. Springer.
- [20] T. P. Negara, Mardani, H. Hardhienata, **H. Alatas**, *Transmission Characteristics of 1D Metallodielectric Photonic Crystal with a Defect Rod*, AIP Conf. Proc. of 4th Asian Physics Symposium **1325-182** (2010)
- [21] Schneider, J.B., *Understanding the Finite-Difference Time-Domain*, <http://www.eecs.wsu.edu/~schneidj/ufdtd/>. 2011.
- [22] Taflov, A. and S.C. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. 2005: Artech House.